

アーンショウの定理

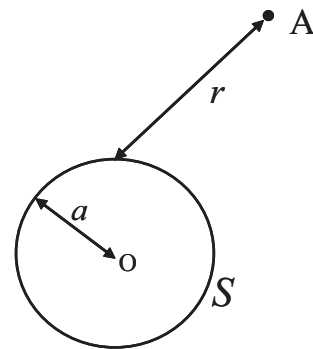
1. ガウスの平均値の定理

「内部に電荷の無い球の中心における電位は球の全表面の電位の平均値に等しい」これをガウスの平均値の定理とよぶ。これは以下のように簡単に示せる。

重ね合わせの原理から、電位はすべて微小な点電荷の作る電位を足し合わせたものと考えられるから、一つの点電荷の作る電位について上の定理を証明すればよい。そこで半径 a の球の表面を S とし、 S の外側の点 A にある点電荷 q の作る電位を V とする。 V の S 上での平均値 $\langle V \rangle$ は次のようになる。ただし、 r は図のように点電荷と S 上の点を結ぶ距離である。

$$\langle V \rangle = \frac{1}{4\pi a^2} \oint V dS = \frac{1}{4\pi a^2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint \frac{1}{r} dS$$

この式は S 上に $q/4\pi a^2$ の面電荷が存在するときに A に生ずる電位 V を計算する式と同じである。ガウスの法則により、この電位は球の中心 O に電荷 q があるときに A に生ずる電位と等しい。ここで A と O とを入れ替えて考えれば、 A に電荷 q があるときに O に生ずる電位と同じものである。よって $\langle V \rangle$ は球の中心における電位と一致する。



$$\langle V \rangle = V(O)$$

2. アーンショウの定理

アーンショウ (Earnshaw) の定理は「電荷の無い領域に静電界が存在するとき、その領域内に荷電粒子を置いて安定なつりあいの状態を保つことはできない」と表現される。これは平均値の定理から直ちに証明される。なぜなら、荷電粒子を安定に保つためには、その点 (O とする) で電位 V が極小 (または極大) になっていなければならないが、もし V が極小 (極大) だとすると、その周りの小さな球面上で $\langle V \rangle$ を求めると必ず $\langle V \rangle > V(O)$ (または $\langle V \rangle < V(O)$) となり、平均値の定理に反するからである。

アーンショウの定理は、クーロン力だけでなく逆 2 乗の法則に従う力一般について成立する。したがって静電気力と重力だけでは空中に荷電体を安定に浮揚させておくことは出来ない。

麻原ショーコーの空中浮上はアーンショウの定理に反する。